UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE COMPUTACIÓN Y
TECNOLOGÍA DE LA INFROMACIÓN
ESTRUCTURAS DISCRETAS III

FUNCIÓN GENERATRIZ

Definición

Sea $a_0, a_1, a_2, \ldots$ una sucesión de números reales. La función

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$$

es la función generatriz de la sucesión dada.

Tabla de Desarrollos de Potencias

Para cada $m,n \in \mathbf{Z}^+$, $a \in \mathbf{R}$,

1) $(1 + x)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} x + \binom{n}{2} x^2 + \ldots + \binom{n}{n} x^n$

2) $(1 + ax)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} ax + \binom{n}{2} a^2x^2 + \ldots + \binom{n}{n} a^nx^n$

3) $(1 + x^m)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} x^m + \binom{n}{2} x^{2m} + \ldots + \binom{n}{n} x^{nm}$

4) $\dfrac{1 - x^{n+1}}{1 - x} = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n$

5) $\dfrac{1}{1 - x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} x^i$

6) $\dfrac{1}{(1 + x)^n} = \binom{-n}{0} + \binom{-n}{1} x + \binom{-n}{2} x^2 + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} \binom{-n}{i} x^i =$

$\sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \binom{n+i-1}{i} x^i$

7) $\dfrac{1}{(1 - x)^n} = \sum_{i=0}^{\infty} \binom{n+i-1}{i} x^i$

GUÍA PRÁCTICA
Función Generatriz

1. Determine el coeficiente de x^{18} en $(x^2 + x^3 + x^4 + ...)^4$.
2. Determine el coeficiente de x^{56} en $(x^7 + x^8 + x^9 + ...)^6$.
3. Encuentre el coeficiente de x^9 en $(1 - 2x)^{-7}$.
4. En sus compras del sábado, Mónica compró 12 naranjas para sus hijos Graciela, María y Francisco. ¿De cuántas formas puede ella distribuir las naranjas de tal forma que Graciela obtenga al menos 4 y María y Francisco obtengan al menos 2 sin que Francisco no obtenga más de 5?
5. Si existe un número ilimitado (o al menos 24 de cada color) de dulces de jalea de color rojo, verde, blanco y negro, ¿de cuantas maneras puede seleccionar un niño 24 de estos dulces de tal manera que tenga un número par de dulces blancos y al menos 6 dulces negros?
6. Obtenga el número de soluciones enteras no negativas de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$, donde $2 \leq x_1 \leq 4$ y $3 \leq x_i \leq 8$ para $i = 2,3,4,5$.
7. Determine el número de formas de tener Bs. 100 en monedas de 1 y 2 bolívares.